

Zadaci s pismenih ispita iz Matematike I peti dio

1. Odredite sve primitivne funkcije od

$$a) f(x) = \frac{-x^2 + x + 1}{(x-1)^3} \quad b) f(x) = \operatorname{Arctg} 2x$$

2. Odredite sve primitivne funkcije od

$$a) f(x) = \frac{e^x}{e^{2x} - 6e^x + 13} \quad b) f(x) = (3x^2 + 2x) \sin x$$

3. Odredite sve primitivne funkcije od

$$a) f(x) = \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}} \quad b) f(x) = e^{\sqrt{x}}$$

4. Odredite sve primitivne funkcije od

$$a) f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}} \quad b) f(x) = e^{\sqrt{x+1}}$$

5. Odredite sve primitivne funkcije od

$$a) f(x) = \frac{1}{\sqrt{x} + 2\sqrt[3]{x}} \quad b) f(x) = e^{\sqrt{x+2}}$$

6. Odredite sve primitivne funkcije od

$$a) f(x) = \frac{e^x}{e^{2x} - 2e^x + 10} \quad b) f(x) = (3x^2 - 2x) \cos x$$

7. Odredite sve primitivne funkcije od

$$a) f(x) = \frac{e^x}{e^{2x} - 4e^x + 8} \quad b) f(x) = x \ln(x-1)$$

8. Odredite sve primitivne funkcije od

$$f(x) = \frac{\sqrt{x+1} + 2}{(x+1)^2 - \sqrt{x+1}}.$$

9. Odredite sve primitivne funkcije od

$$f(x) = x \sin^2 x.$$

10. Odredite sve primitivne funkcije od

$$f(x) = x^2 \operatorname{arctg} x.$$

11. Odredite sve primitivne funkcije od

$$a) f(x) = \frac{-x^2 - 2x + 12}{(x - 1)^4} \quad b) f(x) = \ln(x^2 + 1)$$

12. Odredite sve primitivne funkcije od

$$f(x) = \frac{\sin 2x}{1 + (\cos x)^2}.$$

13. Odredite sve primitivne funkcije od

$$a) f(x) = \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 1} \quad b) f(x) = (x^2 + x + 1) \sin x$$

14. Odredite sve primitivne funkcije od

$$f(x) = \frac{x}{2x^2 + 3x + 1}.$$

15. Odredite sve primitivne funkcije od

$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^4 - x^3}.$$

16. Odredite sve primitivne funkcije od

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{x}(\sqrt[3]{x} + \sqrt{x})}.$$

17. Odredite sve primitivne funkcije od

$$f(x) = \frac{x + 2}{\sqrt{x^2 + 4}}.$$

18. Odredite sve primitivne funkcije od

$$f(x) = \frac{\operatorname{sh} 2x}{1 + (\operatorname{ch} x)^2}.$$

19. Odredite sve primitivne funkcije od

$$f(x) = (x^2 + x) \cos x.$$

20. Odredite sve primitivne funkcije, funkcije zadane formulom

$$f(x) = \frac{x^2 - 12}{x(x^2 - 4)}.$$

21. Odredite sve primitivne funkcije za funkciju $f(x) = \operatorname{arctg}\sqrt{2x}$.

22. Odredite sve primitivne funkcije za funkciju $f(x) = \ln(1 + \sqrt{x})$.

23. Odredite sve primitivne funkcije od

$$f(x) = \frac{x}{(x^2 + 5x + 6)^2}.$$

24. Odredite sve primitivne funkcije od

$$f(x) = \frac{4}{(x^4 - 1)}.$$

25. Odredite sve primitivne funkcije od

$$f(x) = \frac{\sqrt{2x+1}}{x}.$$

26. Odredite sve primitivne funkcije od

$$f(x) = \frac{1 + \sqrt[3]{x-1}}{1 - \sqrt[3]{x-1}}.$$

27. Odredite sve primitivne funkcije, funkcije $f(x) = \frac{1}{e^{2x}(e^x+1)}$.

28. Nađite primitivnu funkciju slijedeće funkcije:

$$f(x) = (\arcsin x)^2.$$

29. Nađite primitivne funkcije sljedećih funkcija:

$$f(x) = (\operatorname{arctg} x)^2 x.$$

30. Odredite sve primitivne funkcije od

$$f(x) = \frac{x^2 - x + 2}{x^4 - 5x^2 + 4}.$$

31. Odredite sve primitivne funkcije od

$$f(x) = \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x}+1)}.$$

32. Odredite sve primitivne funkcije od

$$f(x) = \frac{1}{(x-1)(\sqrt{x}+3)}.$$

33. Odredite sve primitivne funkcije za

(a) $f(x) = (\cos x)^5 \sqrt{\sin x}$

(b) $f(x) = \frac{1}{3x^2+6x+15}$.

34. Odredite sve primitivne funkcije za

(a) $f(x) = \frac{\operatorname{arctg}\sqrt{x}}{\sqrt{x}} \frac{1}{1+x}$

(b) $f(x) = \frac{1}{3x^2-2x-1}$.

35. Odredite sve primitivne funkcije od

$$f(x) = (2x + 1)\operatorname{arctg}2x.$$

36. Odredite sve primitivne funkcije funkcije $f(x) = \frac{1}{\operatorname{tg}x + \sin x}$.

37. Odredite sve primitivne funkcije funkcije $f(x) = \frac{1}{5+4\cos x}$.

38. Odredite sve primitivne funkcije za $f(x) = \frac{x^3+12x-4}{x^2(4+x^2)}$.

39. Odredite sve primitivne funkcije za $f(x) = \frac{4x^2-1}{4x^2(1+x^2)}$.

40. Izračunajte:

$$\int_0^{\frac{\pi}{12}} \ln(\cos 2x) \sin 2x dx.$$

41. Izračunajte:

$$\int_1^{e^4} \frac{dx}{x\sqrt{9-2\ln x}}.$$

42. Izračunajte:

$$\int_0^{\pi} e^x \sin x dx.$$

43. Izračunajte:

$$\int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx.$$

44. Izračunajte:

$$\int_0^1 x^2 e^{2x} dx.$$

45. Izračunajte $\int_a^b \ln(x^2 + 4) dx$ gdje su a i b apscise točaka infleksije podintegralne funkcije .

46. Tangenta grafa funkcije $y = f(x)$ u točki sa apscisom $x = a$ zatvara sa apscisom kut $\frac{\pi}{3}$, a u točki sa apscisom $x = b$ kut $\frac{\pi}{4}$. Izračunajte
(a) $\int_a^b f''(x) dx$ (b) $\int_a^b f'(x)f''(x) dx$
uz pretpostavku da je $f''(x)$ neprekidna funkcija.

47. Izračunajte

(a) $\int \ln(x-1)^2 dx$

- (b) površinu lika koji se nalazi u I kvadrantu, a omeđuje ga graf funkcije $f(x) = \frac{\ln(x-1)^2}{2}$, tangenta na graf u točki $A(e+1,1)$ i os x.

48. Izračunajte

(a) $\int \sqrt{e^x - 1} dx$

(b) $\int_1^2 \ln(x + \sqrt{1+x^2}) dx$

49. Izračunajte

(a) $\int \sqrt{e^x + 1} dx$

(b) $\int_1^2 \ln(x + \sqrt{x^2 - 1}) dx$

50. Odredite površinu lika omeđenog krivuljama $y = \ln x$ i $y = \ln^2 x$.

51. Odredite površinu lika omeđenog grafom funkcije $y = (1-x^2)\ln(1-x)$ i negativnim dijelom osi x (između nultočaka).

52. Odredite površinu dijela ravnine omeđenu krivuljama $y = \frac{8}{x^2+4}$, $4y = x^2$.

53. Odredite površinu dijela ravnine omeđenu krivuljom $y = x^2\sqrt{4+x}$ i osi x.

54. Odredite površinu dijela ravnine omeđenu krivuljama $y = x^2$, $y = \frac{x^2}{2}$, $y = 2x$.

55. Odredite površinu dijela ravnine omeđenu krivuljama $y = x^2$, $y = \frac{x^2}{2}$, $y = x$.

56. Odredite površinu dijela ravnine omeđenu krivuljama $y = 2 - x^2$, $y^3 = x^2$.

57. Odredite površinu dijela ravnine omeđenu krivuljom $y = x^2\sqrt{4+x}$ i osi x.

58. Odredite površinu dijela ravnine omeđenu parabolom $y = x^2 + 2x - 3$ i pravcem $y = -2x - 3$.

59. Odredite površinu dijela ravnine omeđenu krivuljom $y^2 = 2x + 1$ i pravcem $x - y - 1 = 0$.
60. Odredite površinu dijela ravnine omeđenu krivuljama $x = y^2$ i $x = 1 + \frac{y^2}{2}$.
61. Odredite površinu ispod krivulje $f(x) = (\ln 2x)^2$ na segmentu $[\frac{1}{2}, 1]$.
62. Odredite volumen rotacionog tijela koje nastaje rotacijom većeg lika omeđenog krivuljama $9x^2 + 4y^2 = 36$ i $3x + 2y - 6 = 0$ oko osi x .
63. Odredite volumen rotacionog tijela koje nastaje rotacijom funkcije

$$f(x) = \frac{1}{x\sqrt{1+x^2}}$$

oko osi x za $x \in [1, \sqrt{3}]$.

64. Izračunajte volumen rotacionog tijela koji nastaje rotacijom oko osi x , lika omeđenog krivuljama $y = x^2 - 2x + 2$, $2x + y - 6 = 0$ i koordinatnim osima.
65. Izračunajte volumen rotacionog tijela koji nastaje rotacijom oko osi x , lika u prvom kvadrantu omeđenog krivuljama $y = x^2 - 2x + 2$, $2x + y - 6 = 0$ i osi y .